Postkantisme et révolution algébrique : Les mathématiques entre Hegel et Bolzano

Stany Mazurkiewicz, Aspirant FRS-FNRS, ULg / TU Dresden

L'intervention d'aujourd'hui sera pour moi l'occasion de présenter et de soumettre à la critique les ambitions de ma thèse de doctorat, consacrée aux rapports entre discours philosophique, logique et mathématiques chez Kant, Hegel et Bolzano. Mon hypothèse principale est qu'un changement paradigmatique a lieu dans l'histoire des mathématiques entre Kant, d'une part, et Hegel et Bolzano, d'autre part, les deux derniers philosophes étant quasi contemporains l'un de l'autre et suivant Kant d'environ un demi-siècle (pour rappel, Kant naît en 1724, Hegel en 1770 et Bolzano en 1781, tous les trois dans le même espace de langue allemande, dont l'unité est certes problématique, mais je ne m'y arrêterai pas ici). Je soutiens que ces changements dans l'histoire des sciences sont intégrés de manière consciente dans les systèmes hégélien et bolzanien, et qu'ils ont des effets philosophiques significatifs, ils constituent notamment un argument crucial dans la critique du paradigme kantien.

Un des motifs importants pour déterminer le projet de ma thèse a été de noter une opposition remarquable dans la littérature secondaire, opposition dans deux traditions qui communiquent finalement assez peu. Cette opposition concerne le rôle épistémique de l'intuition et la définition de la science, ou de la méthode scientifique. D'une part, les kantiens reprochent à Hegel de méconnaître et de maltraiter la question de l'intuition chez Kant. Hegel, par son soi-disant « panlogisme », serait un exalté, retombant dans les travers métaphysiques que la philosophie critique voulait précisément interdire, et ce au nom de la science elle-même. Kant, de son côté, serait dès lors, au contraire, un rationaliste plus modéré, et son épistémologie critique plus respectueuse du discours scientifique, mathématique et physique. D'autre part, les bolzaniens ridiculisent Kant en retournant exactement l'argument : Kant n'aurait rien compris aux mathématiques nouvelles, sa théorie de l'intuition pure ne serait qu'un pis-aller contradictoire révélant son aveuglement devant la logicisation en cours dans son propre siècle, et finalement victorieuse, des mathématiques. Deux arguments antithétiques donc, utilisés en des sens contraires pour l'analyse d'une même période historique. Pour un exemple sérieux et relativement récent de ces deux thèses, citons, pour la première, Alexis Philonenko, *L'œuvre de Kant* (début des années 70), et, pour la seconde, Jacques Laz, *Bolzano critique de Kant* (milieu des années 90). C'est cette question que j'ai l'ambition d'éclairer, et ce par un recours qui se veut systématique à l'histoire des sciences et aux sources mathématiques des philosophes.

Une telle recherche permet selon moi de revenir sur trois problématiques où il y a encore beaucoup de travail à réaliser. D'abord, il s'agit de la relation de Hegel aux mathématiques. Une confrontation systématique aux sources scientifiques du philosophe manque toujours, ce qui fait encore dire, par exemple, à Alain Badiou dans un livre récent (septembre 2015) : « Cette rupture [entre la philosophie et les mathématiques] a des raisons historiques : le romantisme philosophique, de Hegel à l'existentialisme sartrien, s'est éloigné de la rationalité démonstrative et analytique »[1], préjugé devenu monnaie courante que Hegel tire derrière lui depuis deux siècles. Je veux montrer, en m'aidant de la démarche de Bolzano, qu'il y a une utilisation importante des mathématiques nouvelles dans la redéfinition postkantienne de la logique entreprise par Hegel, thèse qui trouve très peu d'élaboration dans la littérature secondaire. Ensuite, il s'agit d'étudier la critique que Bolzano adresse explicitement à Hegel, particulièrement dans le domaine épistémologique. Celle-ci est une nouvelle fois à peine étudiée, et quand elle l'est presque systématiquement de manière partiale, dans un sens ou dans l'autre. Enfin, au-delà même de cette critique explicite, il s'agit de comprendre ce qui se joue dans la mise sur pied de paradigmes épistémologiques en grande partie opposés par les deux philosophes, et qui connaîtront chacun une postérité qui court jusqu'à aujourd'hui. Cette opposition est d'autant plus remarquable que tous deux partent d'un héritage philosophique et mathématique en partie commun, ainsi, c'est bien, en philosophie, à la pensée critique de Kant et à son adversaire la métaphysique leibnizienne et post-leibnizienne qu'ils accordent de l'importance, de même en mathématiques surtout à Euler, Kästner, Lagrange ou Cauchy.

Bien sûr, cette idée de « révolution algébrique », que j'emprunte ici à Franck Pierobon, ne doit pas être entendue de manière caricaturale. En effet, il est des auteurs pour parler, et sans doute avec raison, de révolution algébrique en cours déjà chez Viète, au 16ème siècle, ou chez Descartes, au 17ème. C'est là un long processus, dont un des vecteurs internes importants est la question de l'infini mathématique, qui aboutira à un paradigme plus ou moins stable totalement renouvelé dans la seconde moitié du 19ème siècle mais qui explose au 18ème, notamment à partir de la mécanique exposée analytiquement d'Euler, en 1736, soit un peu avant que Kant entame son œuvre philosophique.

---

[1] 53

L'historien des mathématique Morris Kline définit ce processus par deux caractéristiques. Premièrement[2], une relativisation de la méthode et des contenus géométriques au profit d'une rationalité analytique et algébrique. « Pendant le premier tiers environ du [18ème] siècle, la méthode géométrique était utilisée librement ; mais Euler et Lagrange, en particulier, reconnaissant la plus grande efficacité des méthodes analytiques, ont délibérément et graduellement remplacé les arguments géométriques par des arguments analytiques ». Le caractère « délibéré », c'est-à-dire conscient, d'une telle transformation que souligne Kline est remarquable, il traduit en effet une problématisation et une réflexion méthodologique et conceptuelle poussée et explicite chez les mathématiciens eux-mêmes. Illustrons ceci par une citation polémique de Lagrange, dans sa *Mécanique analytique* de 1788 : « On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'expose ne demandent ni constructions, ni raisonnement géométriques ou méchaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche, et me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine »[3]. Une rigueur logique de plus en plus grande en arithmétique, algèbre et analyse permet de définir certaines notions apparemment essentiellement géométrique d'une manière purement logique et algébrique, telle la notion de limite par Cauchy. Un autre historien des sciences, Michel Blay, pointe la portée proprement philosophique d'une telle transformation, il commente ainsi l'œuvre de Lagrange : « Si on compare ce traité [la *Mécanique analytique*] avec ceux, par exemple, de Galilée, de Descartes ou de Newton, les enjeux philosophiques semblent avoir évolué avec le changement de la mathématique. La géométrie tant vénérée par nos auteurs du XVIIème siècle a été remplacée par l'analyse et par l'usage des algorithmes. La référence essentielle que représentait la géométrie pour structurer et appréhender les choses du monde, c'est-à-dire leur vérité, s'est effacée. Cette transformation, qui s'est opéré au tournant des 17ème et 18ème siècles, constitue un moment majeur dans l'élaboration de la physique mathématique mais aussi, du fait de sons sens éminemment philosophique, de

[2] "During the first third or so of the century, geometrical method, were used freely; but Euler and Lagrange, in particular, recognizing the greater effectiveness of analytic methods, deliberately and gradually replaced geometrical arguments by analytic ones. Euler's many texts showed how analysis could be used. Toward the end of the century Monge did revive pure geometry, though he used it largely to give intuitive meaning and guidance to the work in analysis. Monge is often referred to as a geometer, but this is because, working at a time when geometry had dried up, he put new life into it by showing its importance, at least for the purposes just described. In fact, in a paper published in 1786, he implicitly attached greater importance to analysis, when he observed that geometry could make progress because analysis could be used to study it. He, as well as the others, did not, in the main, look for new geometrical ideas. The primary interest and the end results were in analytical work"

[3] VI

l'avènement de notre modernité »[4]. Nous tenterons de voir comment de tels enjeux se répercutent notamment dans la philosophie kantienne, bien plus proche de Newton que de Lagrange.

Le deuxième point souligné par Kline[5], corrélatif du premier, est une extension du champ légitime des mathématiques, ainsi d'ailleurs que Lagrange s'en vante dans la citation mentionnée. Ce mouvement s'ancre dans le développement du calcul infinitésimal. Celui-ci semble en effet violer les principes fondamentaux de l'arithmétique de base, ce qui amènera par exemple Berkley à identifier dès 1734 ce calcul, malgré ses succès indéniables, à de la mystification. À ces apparentes incohérences opératoires répondent des difficultés conceptuelles : La définition des différentielles, des infinitésimaux, des dits « infiniment petits », à la fois plus petits que tout nombre donné et pourtant non nuls, différents de zéro vient ainsi problématiser le statut du nombre, élément de base de toute arithmétique. Une réflexion logique sur les fondements des mathématiques dans leur ensemble s'impose donc. C'est précisément cette réflexion, notamment sur l'ensemble des réels et sur la question du continu, qui permet l'émergence d'une rigueur logique et algébrique qui peut prétendre ne plus rien avoir à emprunter à la géométrie, voire même l'excéder et la fonder.

Si on voulait le dire rapidement, ces nouvelles mathématiques viennent séparer deux choses que le paradigme kantien tenait pour solidaires. Kant entendait en effet fonder l'**applicabilité** des mathématiques sur leur **constructivité**. Ainsi, un passage célèbre de la *Critique de la raison pure* affirme que les mathématiques, contrairement à la philosophie, sont une connaissance rationnelle par construction de concepts (dans l'intuition pure). Or, construire un concept revient, continue Kant, à présenter *a priori* l'intuition qui lui correspond. L'existence et la légitimité d'un objet mathématique ne sont donc pas fondées sur la simple possibilité logique, sur la non contradiction ou la consistance, mais sur une possibilité intuitive, qui ne peut être vérifiée que par construction. Ainsi, des concepts tels que le biangle [Zweieck], le nombre imaginaire racine carrée de -1 ou l'infini actuel auraient beau ne pas être contradictoires logiquement, ils ne seraient pas pour autant des objets légitimes du discours mathématiques, ne se laissant pas construire dans l'intuition pure de l'espace pour la

[4] 604

[5] "Though both [seventieth and eightieth] centuries were prolific, the eighteenth-century men, without introducing any concept as original and as fundamental as the calculus, but by exercising virtuosity in technique, exploited and advanced the power of the calculus to produce what are now major branches: infinite series, ordinary and partial differential equations, differential geometry, and the calculus of variations. In extending the calculus to these several areas, they built what is now the most extensive domain of mathematics, which we call analysis", 614

géométrie, du temps pour l'arithmétique et l'algèbre, cette dernière procédant pour « constructions symboliques ».

C'est un tel paradigme que semble venir mettre à mal la nouvelle scientificité mathématique. Kant n'y a pas été totalement aveugle. Dans une lettre à Schulz qui me semble très importante pour ce propos, datée de 1788, soit l'année de la publication par Lagrange de sa *Mécanique analytique*, qui est aussi l'année qui suit la nouvelle édition de la première *Critique*, Kant répond aux objections de son ami mathématicien la chose suivante :

> Le temps n'a, comme vous le remarquez tout à fait justement, aucune influence sur les qualités des nombres (en tant qu'ils sont de pures déterminations de grandeur), tout comme il n'en a à peu près aucune sur la qualité de tout changement (en tant qu'il s'agit d'un quantum), qui lui-même n'est possible que relativement à une disposition spécifique du sens interne et de sa forme (le temps), et la science des nombres est, indépendamment de la succession exigée par toute construction de la grandeur, une pure synthèse intellectuelle [*reine intellectuelle Synthesis*] que nous nous représentons dans la pensée.[6]

Cette idée de **pure synthèse intellectuelle**, qui a mon avis traduit une concession importante de Kant face au malaise de concilier son paradigme philosophique avec le fonctionnement effectif de l'arithmétique et de l'algèbre, sans même parler de l'analyse, me semble très importante, et me paraît désigner une direction, assez évidente, finalement, que Hegel et Bolzano, chacun à sa manière, va poursuivre.

Pour en terminer sur ce point précisons qu'une telle transformation n'est pas limitée au champ particulier de l'épistémologie des mathématiques. Kant en effet prétendait asseoir son paradigme philosophique, et notamment sa distinction de deux sources autonomes de la connaissance que sont l'intuition et l'entendement, sur un tel mode de fonctionnement constructif des mathématiques. La possibilité ici évoquée d'une pure synthèse intellectuelle, soit d'une connaissance authentiquement synthétique relevant de l'entendement logique et faisant fi de la condition temporelle intuitive devrait amener à problématiser les distinctions faites par Kant dans leur ensemble.

Je vais maintenant exposer de manière thématique, pour ne pas dire thétique, et de manière croisée ce que j'entends reconstruire de l'œuvre de Hegel et de l'œuvre de Bolzano. En trois points qui sont les suivants : 1) le caractère historique de la science mathématique, 2) la

[6] AK X, p. 556-557 (25 novembre 1788)

manière de procéder de la mathématique nouvelle, 3) la réponse à Kant que cela appelle. Pour les deux premiers points, j'essayerai de montrer le contraste avec Kant.

1) Le caractère historique de la science mathématique

L'histoire – ou la non histoire – kantienne des mathématiques est pour le moins paradoxale. On connaît cette idée développée dans la seconde préface de la *Critique de la raison pure* : La mathématique serait née d'une révolution intellectuelle menée dans l'Antiquité grecque, Thalès (ou un autre) ayant déterminé l'objet et la méthode véritables des mathématiques. Depuis, ce savoir suit « le chemin sûr d'une science », autre moyen de dire que, même si Euclide représente sans doute une première totalisation, elle ne fait depuis qu'accumuler de manière additive des résultats cohérents avec ceux déjà connus, et n'est dès lors plus susceptible d'un nouveau bouleversement épistémologique (d'où notamment le refus kantien des nombres imaginaires et de l'infini actuel mathématique). Kant est ici plus proche de l'idée bachelardienne d'une rupture épistémologique, soit d'un passage de la non science (Kant parle de tâtonnement chez les égyptiens) à la science, que de l'idée kuhnienne d'une révolution scientifique, soit du passage d'un paradigme scientifique à un autre, les deux pouvant s'exclure et se contredire. Il en va autrement chez Hegel et Bolzano.

Il y a dans la dernière version de la *Science de la logique* de Hegel un travail conséquent de reconstruction de l'histoire de la mathématique infinitésimale. Le résultat de celui-ci s'exprime sans doute dans ce passage où Hegel semble distinguer trois étapes dans cette histoire, il reproche en effet aux « analystes plus récents », par exemple Fermat ou Barrow, qui constituent la seconde étape, d'avoir tenté de « ramener le calcul de l'infini à l'évidence de la méthode proprement géométrique »[7], identifiée pour sa part aux « anciens », c'est-à-dire aux mathématiciens de l'Antiquité auxquels se réfère Hegel, principalement Euclide et Archimède, qui constituent pour leur part la première étape. Il sait alors gré à Lagrange d'avoir montré, troisième étape, que « le principe de l'analyse de l'infini est d'une nature plus haute que le principe de la mathématique des grandeurs finies, celle-ci devait donc par soi-même renoncer à tout type d'évidence ». Avant d'ajouter que c'est aussi le cas de la philosophie. Dans un texte méconnu de 1800, le fragment d'un commentaire des *Éléments* d'Euclide, il était déjà très critique, notamment avec la quatrième démonstration,

[7] GW 21, 259

démonstration de la congruence de deux triangles obtenue par comparaison via superposition. Hegel reprochait alors à Euclide de ne pas distinguer correctement objets mathématiques et choses physiques, espace géométrique et espace physique. Il proposait alors un fondement conceptuel alternatif de cette preuve, ancré dans « le concept d'être-déterminé ».

La position de Bolzano par rapport à Euclide, ou, disons, au paradigme euclidien, vanté comme un modèle logique inégalé jusqu'à ce début de 19ème siècle, n'est pas moins critique. D'un côté, les *Contributions* de 1810 entendent s'autoriser d'Euclide pour refuser que l'enjeu des mathématiques puisse relever du registre de l'évidence ou de la certitude : « Euclide et ses prédécesseurs avaient vraisemblablement une opinion proche de la mienne et n'ont jamais considéré le simplement accroissement de la certitude comme le but de la méthode [mathématique]. On pourrait le déduire avec la clarté suffisante, à mon avis, de la peine que ces hommes se sont donnée pour assortir tant de proposition pleinement certaines, d'une démonstration particulière qui, cependant, n'accroissait en rien leur certitude »[8]. L'ordre purement psychologique de la certitude s'oppose donc à l'ordre logique, objectif et scientifique de la démonstration et de la vérité. Toutefois, ce même texte critique durement Euclide dans la réalisation de ce projet. Les limites constructives qui entravent la réalisation de cette visée, exprimées particulièrement dans les axiomes des *Éléments*, trahissent l'empêtrement de la science mise sur pied par Euclide dans son origine empirique[9]. Bolzano entend achever ce travail et bien faire la part des choses. C'était déjà l'objet de la première publication du philosophe, en 1804, qui entendait, selon des expressions empruntées à la littérature secondaire, mener à bien une véritable « refonte de l'ordre euclidien » mettant sur pied une « mathématique sans images ». Pour ce faire, Bolzano n'hésite pas en 1810 à se réclamer de l'élan du même Lagrange, attaché dans ses preuves aux « concepts ». Il critique toutefois celui-ci pour une même infidélité à ses propres principes. Ainsi une de ses démonstrations les plus importantes est-elle « déduite à partir d'une considération *géométrique* »[10], flottement méthodologique qui, continue Bolzano, mène le mathématicien à une erreur quant à l'universalité de son théorème. Bolzano reprendra cette question et entendra en fournir une « preuve purement analytique » en 1817.

2) La manière de procéder de la mathématique nouvelle

[8] 1, II, 3
[9] **Réf. ???**
[10] 1, II, 30

Je l’ai déjà dit, pour Kant, la mathématique, est une connaissance rationnelle par construction de concepts. Ainsi la géométrie est-elle une science de l’espace pur et l’arithmétique une science du temps pur, qui ne peuvent faire l’économie du recours aux images. Ainsi l’arithmétique est-elle essentiellement fondée sur le dénombrement, qui correspond à un découpage du temps pur. Dans l’analyse célèbre du « 7 + 5 = 12 », Kant nous dit-il ainsi :

> On doit aller au-delà de ces concepts [les nombres], en s’aidant de l’intuition qui correspond à l’un des deux, par exemple ses cinq doigts, ou (comme Segner dans son arithmétique) cinq points, et ainsi ajouter progressivement les unités du nombre cinq donné dans l’intuition au concept du nombre sept[11]

Après ce que j’ai dit plus haut, il est étonnant de noter que Hegel continue à définir non seulement la géométrie comme une science de l’espace mais aussi l’arithmétique comme une science du temps. Cela contredit-il l’adhésion au mouvement d’algébrisation et de logicisation dont j’ai parlé plus haut ? Je ne le pense pas. L’arithmétique peut être science du temps sans être science dans le temps, sans procéder de manière constructive. Ce qui ici intéresse Hegel, c’est de mettre ces deux branches mathématiques, héritière d’une tradition relativement stable, sur un pied d’égalité, de ne pas vouloir en déduire une de l’autre ou réduire l’une à l’autre. En effet, il est important pour Hegel que leur unification reste problématique, dans la mesure où c’est, selon le philosophe, un des enjeux principaux du nouveau calcul infinitésimal, dont les résultats sont certes probants, mais les fondements tout à fait incertain. S’ils sont incertains aux yeux des mathématiciens eux-mêmes, c’est que, pour Hegel, ils sont extérieurs au discours mathématique au sens strict. Prenant appui, comme je l’ai déjà dit, sur le fait que les prétendus infinitésimaux ne sont pas des nombres, il va les définir comme rapport [Verhältnis], catégorie dont le contenu n’est pas, loin s’ne faut, épuisé par sa mise en œuvre mathématique. C’est donc pour Hegel à la logique de travailler ce contenu, et par là de fonder conceptuellement les mathématiques en les situant dans un réseau de catégories qui les excède toujours. C’est bien la question du contenu logique qui prime, et qui fonde le caractère analytique ou synthétique d’une démonstration. Ainsi, quand Hegel analyse le fameux exemple kantien, il déclare que « 7 + 5 et 12 sont tout à fait le même contenu (…). Ici il n’y a

[11] AK III, 39

pas le moins du monde de passage à un *autre* »[12]. Une telle affirmation est fondée non pas sur un éventuel recours à une intuition mais dans la genèse logique des catégories en jeu. Ainsi, le nombre étant déjà essentiellement rapport (au sens ou 5 = 5/1 = 5 unités), il contient déjà en lui, au moins à titre potentiel, l'addition. « Le postulat qui consiste à ajouter 5 à 7 est-en-relation avec le postulat qui consiste tout simplement à numérer ».[13] Que deviennent alors le temps et l'espace purs de Kant ? C'est une question difficile, celle des fondements de l'applicabilité d'une mathématique symbolique. Cette question reste ouverte pour moi, je tiens simplement à dire que s'il existe une logique du temps et de l'espace (et il en existe bien une), c'est pour Hegel une logique qui excède de nouveau la logique classique, le philosophe prétendant que l'arithmétique n'est capable que de présenter un temps « mort » ou « inerte », ne pouvant donner son droit à la négativité inhérente à celui-ci.

La classification proposée par Bolzano, pour sa part, est tout à fait différente. Pour lui, l'arithmétique, à quoi il faut rattacher l'algèbre, l'analyse et la combinatoire forme la *mathesis universalis*, une science universelle *a priori* qui fonctionne du point de vue philosophique comme une sorte d'ontologie formelle étudiant les structures et conditions de possibilité des choses et représentations en général. Par rapport à elle, les disciplines mathématiques particulières font en quelque sorte office de différentes ontologies régionales. Il en va ainsi notamment de la science de l'espace, la géométrie, et de la science du temps, nommée chronométrie, qui s'occupe d'un certain type d'objets. En somme, elles sont, par rapport à la *mathesis universalis*, spécifiées par un ou des axiomes supplémentaires, qui correspondent aux propriétés du temps ou de l'espace et qui en réduisent le champ d'application par rapport à la *mathesis universalis*. Dès lors, il n'est plus question d'excéder la mathématique, qui, au moins en droit, est applicable à l'ensemble du champ des contenus de pensée. Ainsi, Bolzano identifie-t-il la logique à la *méthode* mathématique, sa tâche n'est pas tant de fonder la mathématique que son mode d'exposition effectif, proposant ainsi une théorie du jugement, de l'inférence ou encore de l'axiome. Ainsi, quand Bolzano analyse à son tour l'exemple mis en avant par Kant, ce n'est ni l'éventuel référent intuitif, ni le contenu logique de la catégorie de nombre qui prime, mais l'inclusion de cette vérité dans un réseau maîtrisé de jugements. Pour Bolzano, ainsi, le jugement « 7 + 5 =12 », assurément vrai, n'est que la conséquence logique du principe algébrique de assurant l'associativité de l'addition et exprimé par l'équation a + (b + c) = (a + b) + c et de la définition arbitraire, formelle de l'addition de 1 comme produisant le successeur d'un nombre donné. Ramener cette proposition à

[12] GW 12, 206
[13] GW 21, 199

l'associativité et à une définition formelle de symboles montre d'ailleurs qu'elle n'implique pas, mais au contraire, exclut tout recours au temps, fût-il déclaré pur, dans la mesure où nous voyons qu'elle ne s'occupe pas de l'ordre mais uniquement de l'ensemble [Menge] formé par ses éléments.

3) La réponse à Kant que les nouvelles mathématiques appellent

Au-delà de l'analyse de l'exemple mathématique simple que j'ai évoqué, on se doute que de tels changements vont induire une critique du kantisme qui dépasse de loin la seule épistémologie des mathématiques.

Il est très peu de commentateurs pour noter qu'il existe une critique hégélienne de Kant mobilisant la science mathématique. Hegel reproche ainsi à son prédécesseur d'avoir fait « se répandre la représentation selon laquelle la mathématique *construisait ses concepts* »[14]. Hegel enchaîne immédiatement ce reproche avec celui du « formalisme » dont reste prisonnier la logique transcendantale de Kant. Qu'en est-il ? Kant prenait prétexte d'une mathématique constructive pour affirmer l'irréductibilité de l'intuition dans toute connaissance rationnelle, et donc brimer les prétentions de la logique à négliger ou survoler l'empirie, sous peine de se prendre au piège de l'illusion dialectique. C'est là pour Hegel le formalisme, dont le pendant est toujours une forme d'empirisme. Or, la mathématique moderne a manifestement outrepassé les interdits kantiens : « La figure moderne, analytique, de la mécanique [donne ses propositions] absolument comme résultats du calcul, sans souci de savoir si elles auraient en elles-mêmes pour soi un sens *réel*, c'est-à-dire auquel corresponde une existence et [sans souci] d'une preuve d'un tel [sens réel] »[15]. La philosophie ne pourrait-elle pas se permettre ce que la mathématique pour sa part s'autorise ? La mathématique nouvelle est donc prétexte pour Hegel non pas à limiter les ambitions de la logique, mais au contraire à engager la mise sur pied d'une véritable logique élargie, dépassant de loin la rationalité analytique qui se voudrait calquée sur les mathématiques. Quant aux relations de ces catégories au « réel », il faudra dès lors les repenser au-delà du schématisme kantien. Dans cette redéfinition de l'être comme n'étant rien d'autre qu'une fonction logique, l'étude des mathématiques occupe une place importante.

[14] GW 20, §231A, 225
[15] GW 21, 271

Pour Bolzano, la mathématique est tout entière *a priori*, déductive et contient en majorité des vérités d’ordre synthétique. La mathématique appliquée ne relève même pas vraiment de la mathématique, mais plutôt des autres sciences. Dès lors, les limites imposées par Kant à la connaissance volent en éclat. Il n’est plus question de sujet transcendantal. Il me semble toutefois que la dichotomie kantienne entre intuitions et concepts, dont le dépassement était la croix de la philosophie transcendantale, n’est pas simplement rejetée par Bolzano, mais se retrouve dans la différence entre vérité en soi et présentation [Darstellung]. La présentation est toujours imparfaite, ne serait-ce que parce que la syntaxe, que Bolzano prétend parfois réformer sur des points essentiels, lui impose des limites plus ou moins arbitraires. Si elle tend vers une expression purifiée de l’ordre conceptuelle, elle n’y est jamais adéquate. D’où le postulat par le Bolzano de maturité d’un ordre objectif des jugements en soi, qu’il faut bien admettre si on veut vraiment répondre à Kant que la mathématique se fonde dans le champ de l’entendement logique, dont l’intuition (identifié par Bolzano à une représentation singulière) n’est finalement qu’un élément.

4) Conclusion

Comment, finalement, analyser les relations entre Hegel et Bolzano ? Mon hypothèse initiale était de mettre à contribution la notion de sujet. Je soutenais que Hegel avait retravaillé la logique du sujet transcendantal kantien dans un sens moins intuitif, là où Bolzano refusait simplement au sujet tout caractère constitutif du savoir.

Aujourd’hui, une autre stratégie, qui n’exclut sans doute pas la première, me semble plus intéressante, qui mobilise l’idée de **situation du discours**. Ce que j’appelle une situation du discours, c’est la manière dont un langage se détermine par rapport à deux choses : D’une part l’être – Que détermine ce discours comme étant ?, l’être étant une fonction logique, en cela Bolzano et Hegel semblent d’ailleurs d’accord –, et d’autre part la vérité (selon quels critères de vérité un discours peut-il être vrai ?) Dès lors, il peut exister différentes situations de discours irréductibles. Je vois alors les trois sphères de la logique hégélienne, les logiques de l’être, de l’essence et du concept, comme trois situations irréductibles. Or, il est surprenant de trouver les mathématiques problématisées dans ces trois sphères. Longuement, dans la logique de l’être, au sujet des concepts mis en jeu par les mathématiques et du réseau qu’ils forment, ensuite, dans la logique de l’essence, il est en fait question des formules mathématiques et de leurs présuppositions, de la syntaxe pourrait-on peut-être dire, et enfin dans la logique du concept il est question de la méthode au sujet du connaître analytique et du connaître synthétique. Le niveau de la logique de l'être, où se situe apparemment l'essentiel de la mathématique aux yeux de Hegel, pourrait ainsi être le résultat abstrait d'une structure symbolique plus large et d'un niveau de complexité logique supérieur, au sens où chez Kant le jugement analytique binaire est par définition l'abstraction du jugement synthétique ternaire. Tenter de réfléchir les mathématiques dans le cadre de niveaux de langage irréductibles, ce à quoi elle se prête peut-être mal, n'est-il pas la spécificité de la philosophie de Hegel ? La théorie axiomatique de Bolzano ne serait-il pas au contraire la tentative de répondre à ces questions dans le cadre d'un refus d'une distinction de différents niveaux de langage ? Voici les questions que je pose aujourd'hui, questions relevant bien de la logique.